

ԵՐԵՎԱՆԻ ՖԻԶԻԿԱՅԻ ԻՆՍՏԻՏՈՒՏ

Կարախանյան Դավիթ Ռուդոլֆի

Զվանտային քրոմոդինամիկայի և գրավիտացիայի որոշ ճշգրիտ լուծվող  
արդյունքներ և կառույցներ

Ա.04.02 - «տեսական ֆիզիկա» մասնագիտությամբ  
ֆիզիկամաթեմատիկական գիտությունների  
դոկտորի գիտական աստիճանի հայցման ատենախոսությամբ

ՍԵՂՍԱԳԻՐ

ԵՐԵՎԱՆ-2003

---

ЕРЕВАНСКИЙ ФИЗИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ

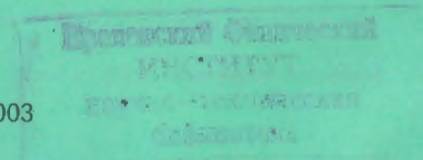
Караханян Давид Рудольфович

О некоторых точных результатах в КХД и квантовой гравитации

АВТОРЕФЕРАТ

диссертации на соискание ученой степени  
доктора физико-математических наук  
по специальности 01.04.02 — "теоретическая физика"

ЕРЕВАН-2003



Ատենախոսության թեման հաստատվել է Երևանի ֆիզիկայի ինստիտուտում

Պաշտոնական ընդդիմախոսներ. ֆիզմաթ. գիտությունների դոկտոր  
Ն.Ս. Անանիկյան (ԵրՖԻ)  
ֆիզմաթ. գիտությունների դոկտոր  
Ռ.Ս. Ավագյան (ԵՊՀ)  
ֆիզմաթ. գիտությունների դոկտոր  
Ա.Ա. Բելավին (Լանդաույի անվան  
ինստիտուտ)

Առաջատար կազմակերպություն՝ Լեյպցիգի Համալսարանի Տեսական Ֆիզիկայի  
Ինստիտուտ, Գերմանիա

Պաշտպանությունը կայանալու է “ 27 ” մայիսի 2003թ. ժամը 14.00 –ին Երևանի  
Ֆիզիկայի Ինստիտուտում գործող ԲՈՀ-ի 024 մասնագիտական խորհրդում  
(Երևան-36, Ալիխանյան եղբայրների փ. 2):

Ատենախոսությանը կարելի է ծանոթանալ ԵրՖԻ-ի գրադարանում:

Սեղմագիրն առաված է “ 26 ” ապրիլի 2003թ.

Մասնագիտական խորհրդի գիտական քարտուղար Վ.Կ. Ա. Թ. Մարգարյան

Тема диссертации утверждена в Ереванском физическом институте

Официальные оппоненты: доктор физико-математических наук,  
Ананян Н.С. (ЕрФИ)  
доктор физико-математических наук,  
Авакян Р.М. (ЕрГУ)  
доктор физико-математических наук,  
Белавин А.А. (Институт имени Ландау)

Ведущая организация: Институт Теоретической физики  
Лейпцигского Университета (Германия)

Защита состоится “ 27 ” мая 2003 г. в 14.00 часов на заседании  
специализированного совета 024 Ереванского физического института  
(Ереван-36, ул. Братьев Алиханян 2)

С диссертацией можно ознакомиться в библиотеке ЕрФИ.

Автореферат разослан “ 26 ” апреля 2003г.

Ученый секретарь спец. совета Վ.Կ. А.Т. Маргарян

### ОБЩАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА РАБОТЫ

**Актуальность темы.** С самого момента появления квантовой теории поля проблема сильной связи является вызовом для физиков-теоретиков.

Приближенные способы преодоления проблемы сильной связи - аппроксимация непрерывного пространства-времени при помощи решетки [1], численного моделирования по методу Монте-Карло [2] и оптимизации путем варьирования параметров в полуэмпирических выражениях перед членами типа глюонного и кваркового конденсата в правилах сумм КХД имеют ряд серьезных недостатков.

Введение решетки может привести в теорию ряд особенностей, не присущих ей изначально, Это явление носит название решеточный артефакт.

Численные методы помимо очевидных технических ограничений имеют также и ряд принципиальных трудностей.

Наконец, вариационный метод вообще не может претендовать на описание фундаментальных закономерностей теории по самой своей сути.

Таким образом, ни один из перечисленных методов и даже их комбинация не дают полностью достоверной информации о поведении теории в области сильной связи, позволяя строить только более или менее вероятные предположения на основе косвенных фактов.

Указанных недостатков удается избежать только в случае наличия симметрии, которая фиксирует решение полностью или частично. В первом случае мы имеем дело с так называемыми точнорешаемыми или интегрируемыми теориями [3].

Примеров таких теорий становится все больше и не только в низких размерностях, но и в четырехмерии [4]. Общей особенностью таких теорий является то, что конфигурационное пространство классической теории после разрешения связей, т.е. для независимых переменных конечномерно, а фазовое пространство квантовой - имеет конечный объем, т.е. система может находиться в одном из конечного числа состояний. Такое сведение полевых переменных бесконечномерной теории к

конечному набору независимых координат, имеющих меру нуль по отношению к исходному набору полей, происходит как в двумерных теориях поля, так и в топологических теориях поля в более высоких размерностях: при  $d=3$  для теории калибровочных полей с действием Черна-Саймонса [5] и при  $d=4$  в суперсимметричной теории Янга-Миллса, предложенной Витеном и Зайбергом [4]. Таким образом, задача квантования таких теорий сводится к исследованию конечномерного многообразия независимых степеней свободы, носящему название пространства модулей. Подобная задача возникает при квантовании так называемых интегрируемых моделей [6] двумерной теории поля и одномерных статистических систем.

Независимость топологических теорий от конкретных деталей выбора локальных координат на многообразии (пространственном и групповом), выраженная графически, очень напоминает уравнение треугольников Янга-Бакстера, выражающее условие ассоциативности квантовой группы симметрии, лежащей в основе интегрируемой решеточной модели, или независимость от пути обхода соответствующего статистического графа, что позволяет предположить наличие глубокой связи между топологическими теориями поля и точнорешаемыми моделями статистической физики.

Иначе говоря, интегрируемость топологических теорий должна выражаться уравнением Янга-Бакстера для подходящим образом определенной  $R$ -матрицы так же, как и в случае интегрируемых моделей. Уравнение Янга-Бакстера обеспечивает коммутативность матриц переноса, определенных в виде пространственно упорядоченного произведения  $R$ -матриц [7]. Матрица переноса зависит от дополнительного непрерывного параметра и служит производящей функцией коммутативных интегралов движения системы, которые сохраняются во времени, т.к. гамильтониан системы также содержится среди них. Знание полного набора (часто бесконечного) позволяет в принципе получить полную информацию о спектре энергии и собственных функциях гамильтониана, т.е. об основном состоянии и элементарных возбуждениях (при условии преодоления соответствующих технических трудностей).

Случай, когда симметрия фиксирует не всю информацию о динамике системы не менее важен. Помимо точной не нарушенной реализации симметрий, вследствие флуктуаций полевых переменных, в квантовой теории происходит также аномальная, проективная реализация симметрий.

Более точно это утверждение формулируется следующим образом: неаномальные, точные симметрии реализуются на квантовом уровне точно так же, как и на классическом: статистическая сумма  $Z(x)$  или волновая функция системы  $\Psi$  под действием преобразований из группы симметрии остается неизменной:  $T_{g_1} T_{g_2} \Psi(x) = T_{g_{12}} \Psi(x)$ , где  $g_{12} = g_1 g_2$ , а соответствующее представление группы симметрии является точным. При аномальной реализации симметрии, волновая функция теории  $\Psi(x) = Z(x)|0\rangle = \int D\phi(x) e^{iS[\phi]} |0\rangle$ , вследствие квантовых флуктуаций, приобретает дополнительный фазовый множитель:  $T_{g_1} T_{g_2} \Psi(x) = T_{g_{12}} e^{i\alpha(g_1, g_2, g_{12})} \Psi(x)$ , который возникает из функциональной меры интегрирования  $D\phi(x)$ , так как классическое действие  $S[\phi]$  инвариантно, т.е. реализует проективное представление группы симметрии:  $T_{g_1} T_{g_2} = T_{g_{12}} e^{i\alpha(g_1, g_2, g_{12})}$ , где фаза  $\alpha[g_1, g_2, g_{12}]$  является 1-коциклом группы симметрии.

Требование симметрии фиксирует вид фазового множителя, равно как и часть статистической суммы теории, ответственную за аномальный фазовый множитель, после интегрирования аномального коцикла по групповым параметрам. Таким образом, симметричные соображения фиксируют зависимость от тех координат, которые можно отождествить с групповыми параметрами, зависимость же от остальных при этом заключена в "константе интегрирования".

Хотя именно эта часть эффективного действия наиболее интересна с точки зрения исследования динамического поведения теории, но "групповая" часть также несет важную информацию, актуальную, в частности, при проверке гипотезы дуальности, преобразования, которой связывают режимы сильной и слабой связи в современной теории струн и бран [8], поскольку позволяет получать точный результат, верный в обоих сравниваемых предельных случаях.

Другой важный пример, когда интегрируемые модели возникают в реальном физическом контексте дает предел высоких энергий в квантовой хромодинамике. В результате многолетних усилий группы Л. Н. Липатова [9], исследовавших реджевский предел теории сильных взаимодействий удалось установить его связь с точнорешаемыми моделями. Предел Редже характеризуется условием  $s \gg t \sim M$ , где  $M$  -- характерный масштаб масс адронов,  $s = (p_1 + p_2)^2$  -- энергия рассеивающихся частиц в системе центра масс,  $t = s - (p_1 - p')^2$  -- квадрат переданного импульса,  $p_1, p_2$  -- 4-импульсы начальных, а  $p'_1, p'_2$  -- конечных частиц. При указанных условиях константа связи сильного взаимодействия мала и в теории возмущений основной вклад дает приближение главных логарифмов  $\alpha_s^n (\log s)^n$ , т.е. диаграммы лестничного типа. В пределе большого числа цветов в КХД происходит значительное упрощение - групповые множители факторизуются и тогда, как и в теории  $\phi^3$  ряд теории возмущений в главном логарифмическом приближении можно пересуммировать, что эквивалентно переходу к новым коллективным возбуждениям -- реджеонам, обмен которыми соответствует сумме обменных лестничных диаграмм по числу перекладин. Условие Редже приводит к естественному расщеплению амплитуды рассеяния на продольную (в которой лежат 4-импульсы начальных частиц) и поперечную к ней плоскости. Продольная часть амплитуды тривиальна и полностью фиксируется кинематикой процесса, а вся динамическая информация содержится в конформно-инвариантной поперечной компоненте, которая представляется в виде ряда по числу обмениваемых реджеонов. Каждый член этого ряда по виду совпадает с гамильтонианом одномерного магнетика Гейзенберга, описывающего взаимодействие ближайших соседних спинов вдоль одномерной цепочки (обмен реджеоном между более дальними соседями подавлен лишними степенями  $1/N_c$ ). От гамильтониана на статистической модели эти амплитуды отличаются значением "спина" - параметра, характеризующего представление:  $s = n/2 + iv$ , ( $n$  - целое, а  $v$  - вещественное число), который в данном случае имеет смысл аномальной размерности соответствующего вершинного оператора.

Другой предельный случай квантовой хромодинамики соответствует Бьеркеновскому пределу [10], т.е. рассмотрению глубоконеупругих процессов при высокой энергии и большой передаче импульса  $s \rightarrow \infty$ ,  $t = -q^2 = xs$ ,  $x = O(1)$ . Типичным процессом является глубоко виртуальное Комптоновское рассеяние электрона на протоне:

$$eP \rightarrow eX: \quad \gamma^*(q1) + p(p1) \rightarrow \gamma^*(q2) + p(p2)$$

$$\text{где } q_{1,2} = q', \quad q'^2 = 0 = p'^2, \quad p' \approx p_1, \quad s = 2p' \cdot q', \quad -q_{1,2}^2 = Q_{1,2}^2 = sx_{1,2}$$

Взаимодействие с электромагнитным током  $\langle p_1 | j_\mu(x_1) j_\nu(x_2) | p_2 \rangle$

локализовано в окрестности светового конуса  $x_1 = 0, x_2 = 0, x_1 = x_2 \in \mathcal{R}_1$ . Элементарный процесс, при котором две налетающие частицы превращаются в две конечные, соответствует блочной диаграмме с четырьмя внешними линиями и может быть записана в виде:  $N = \sum [dx_i dx_{i+1} dx'_i dx'_{i+1} H_{i+1}]$ , где ядро  $H_{i+1}$  соответствует сумме всех однопетлевых диаграмм, с такой топологией. Это ядро оказывается равным ядру универсального R-оператора изотропной модели Гейзенберга, представленного в виде интегрального оператора. Параметры представлений, которые сплетает этот R-оператор, соответствуют нефизическим отрицательным значениям спина:  $k = -3/2$  для глюонов и  $k = -1$  для кварков.

Наконец, еще одной областью, где применимость точнорешаемых теорий не вызывает никаких сомнений, является статистическая физика и теория твердого тела. Современные технологии сделали доступными образцы и материалы, которые с очень большой точностью можно считать низкоразмерными (двух-, одно- и даже нуль-мерными). Неудивительно, что многие статистические модели, которые раньше представляли чисто умозрительный или педагогический интерес, сейчас воспринимаются почти как прикладные. С этой точки зрения включенные в диссертацию работы, связанные с исследованием новых интегрируемых систем, таких как чередующиеся спиновые цепочки [11], которые соответствуют композитным материалам, состоящим из атомов двух сортов, не могут не вызывать интерес. Это же

относится и к переформулировке уже известных интегрируемых моделей, как в случае с обобщением квантового метода обратной задачи рассеяния на случай градуированных пространств представлений [12] и применение его к модели Уймина-Лая-Сазерленда, реализованной в пространстве Фока элементарных фермионных возбуждений, благодаря чему известные члены взаимодействия в гамильтониане приобретают новое истолкование.

***Целью диссертационной работы является***

*a)* Исследование следствий, вытекающих из свойств симметрии для сильносвязанных теорий поля, таких как гравитация и теория сильных взаимодействий. В случае теории квантовой гравитации в четном числе измерений путем интегрирования конформной аномалии можно восстановить часть статистической суммы или волновой функции системы, ответственной за аномальное поведение теории при конформных преобразованиях. То же самое верно и для квантовой теории калибровочных полей, взаимодействующих с киральной материей - часть эффективного действия, генерирующую аномальную фазу, возникающую при калибровочных преобразованиях, может быть вычислена точно.

*b)* В теории сильных взаимодействий, в процессах рассеяния при высокой энергии симметрия повышается - в ней появляется бесконечный набор интегралов движения, соответствующий эволюции поперечной компоненты амплитуды рассеяния, в эффективной двумерной конформной теории поля. В этом контексте возникает задача об исследовании поправок, связанных с наблюдаемым на опыте нарушением масштабной инвариантности, т.е. исследование соответствующей пределу высоких энергий в КХД интегрируемой модели с нарушенной конформной симметрией.

Более кратко цель диссертации отражена в ее названии.

***Научная новизна.***

1. Исследование двумерной гравитации в калибровке, сохраняющей Вейлевскую и часть репараметризационной симметрии.

2. Анализ остаточной симметрии, тождеств Уорда и построение эффективного действия для двумерной гравитации, супергравитации и  $w$ -гравитации.

3. Исследование супер-Вейлевской аномалии и построение нелокального эффективного действия двумерной супергравитации.

4. Проведен анализ решений условия Весса-Зумино для конформной аномалии и построена часть эффективного действия, ответственная за аномальное поведение теории при конформных преобразованиях, исследованы ее когомологические свойства.

5. Путем интегрирования аномальных тождеств Уорда построено эффективное действие  $w$ -гравитации.

6. Включение фермионов в картину о связи предела высоких энергий в чистой глюодинамике, предложенную Л.Н.Липатовым.

7. Применение градуированного формализма метода обратной задачи рассеяния к простейшим изотропным решениям уравнения Янга-Бакстера. Выявление тождественности модели Уймина-Лая-Сазерленда, сформулированной на языке фермионных операторов рождения и уничтожения суперсимметричной модели  $t$ - $J$ .

8. Доказательство интегрируемости и исследование чередующейся XYZ модели Гейзенберга.

9. Построение представлений алгебры  $sl(2)$  и супералгебры  $sl(2|1)$  в пространстве полиномов, которые имеют универсальный вид для любых значений параметров, характеризующих представление и, следовательно, наиболее подходящих для построения универсального  $R$ -оператора, сплетающего два произвольных представления.

10. Построение собственных значений и собственных векторов универсального  $R$ -оператора, соответствующего ядру амплитуды рассеяния адронов в Бьеркеневском

пределе обычной и суперсимметричной квантовой хромодинамики.

11. Вычисление ядра универсальной R-матрицы, представленной в виде интегрального оператора.

12. Представление q-деформированной универсальной R-матрицы в виде интегрального оператора и вычисление его ядра путем решения системы разностных уравнений.

13. Исследование и построение представлений нестандартно-деформированной при помощи размерного параметра алгебры  $sl_\xi(2)$  в пространстве полиномов.

14. Вычисление ядра интегрального R-оператора нестандартно-деформированной алгебры  $sl_\xi(2)$  и сравнение его с результатом однопетлевых вычислений для выявления членов, описывающих нарушение масштабной инвариантности для более низких энергий.

#### *Научная и практическая ценность работы.*

Исследование ограничений, налагаемых аномальными симметриями, очень важно с точки зрения проверки гипотетических соотношений дуальности между различными многомерными теориями супергравитаций, струн и D-бран, поскольку, являясь точными, эти ограничения работают в режимах как слабой, так и сильной связи. Гипотеза о том, что в области высоких энергий квантовая хромодинамика сводится к точнорешаемой модели важна не только сама по себе, так как позволяет вычислять амплитуды рассеяния в этом пределе, не прибегая каждый раз к диаграммным расчетам, но и с точки зрения возможной связи соответствующей нестандартно-деформированной интегрируемой модели с двухпетлевыми поправками в КХД. Если такая связь подтвердится, то размерный параметр  $\xi$ , деформирующий указанную интегрируемую модель, должен быть пропорционален масштабу нарушения скейлинговой симметрии  $\Lambda_{QCD}$ . Иначе говоря, амплитуды адронов в Бьеркеневском пределе КХД, описываемые интегральными ядрами

соответствующих R-операторов, окажется возможным продолжить за область применимости Бьеркеневского скейлинга.

#### *Научные положения выносимые на защиту.*

1. Доказано, что двумерная квантовая гравитация не является двумерной конформной теорией поля: ее невозможно привести к факторизованному виду, т.е. представить в виде произведения голоморфной (зависящей только от координаты  $z$ ) и антиголоморфной (зависящей только от координаты  $\bar{z}$ ) частей.
2. Эффективное действие двумерной гравитации вычислено в регуляризационной схеме, которая сохраняет Вейлевскую инвариантность, а также симметрию относительно диффеоморфизмов, сохраняющих площадь.
3. На примере двумерной гравитации показано, что эффективные действия, вычисленные в различных регуляризационных схемах, отличаются друг от друга добавлением локальных контрчленов, т.е. конечной перенормировкой.
4. Интегрируя уравнения конформной аномалии в двумерии, можно получить аномальную фазу - действие Лиувилля, которое квадратично по групповой переменной. Интегрируя по квантовым флуктуациям этой переменной, можно получить нелокальное эффективное действие двумерной гравитации - действие Полякова. Таким же образом получено нелокальное эффективное действие квантовой  $d=2$  супергравитации.
5. В случае высших размерностей соответствующая аномальная фаза (1-коцикл) эффективного действия оказывается в общем случае порядка  $d$  по групповой переменной. Показано, что добавлением локальных контрчленов к эффективному действию можно привести этот коцикл к квадратичному по групповой переменной виду, т.е. получить гауссов интеграл по ней в выражении для эффективного действия и, интегрируя, получить ту его часть, которая ответственна за аномальное поведение.

6. Показано, что эффективное действие  $w$ -гравитации также может быть получено интегрированием соответствующих аномальных уравнений, а также, что при помощи введения вспомогательных полей оно может быть записано в ковариантном виде.
7. Для спиновой цепочки Гейзенберга, инвариантной относительно супергруппы  $SL(2|1)$ , построен полный набор собственных состояний и вычислены соответствующие им собственные значения универсального  $R$ -оператора и гамильтониана.
8. Универсальная  $R$ -матрица, сплетающая произвольные представления алгебры  $sl(2|1)$ , представлена в виде интегрального оператора, вычислено его ядро и определены контуры интегрирования. Показано, что ядро этой  $R$ -матрицы совпадает с ядром однопетлевой амплитуды рассеяния  $2 \rightarrow 2$  в Бьеркеновском пределе суперсимметричной КХД.
9. Универсальная  $R$ -матрица, сплетающая произвольные представления алгебры  $sl_q(2)$ , представлена в виде интегрального оператора, вычислено его ядро, определен полный набор собственных векторов и найдены соответствующие им собственные значения.
10. Для исключительных значений параметра деформации  $q$  равным корням из единицы появляется новый тип представлений - циклические, для которых найдена реализация в виде набора  $t$ -эта-функций с характеристиками, и на этой основе построены собственные векторы и найдены собственные значения соответствующей  $R$ -матрицы.
11. Для случая нестандартной деформации алгебры  $sl(2)$  при помощи размерного параметра, реализованы представления в пространстве полиномов и найдены полный набор собственных векторов универсального  $R$ -оператора и его собственные значения.
12. Найден полный набор сохраняющихся токов трехреджеонного взаимодействия адронов при учете кварковых степеней свободы.

13. В рамках градуированного метода обратной задачи рассеяния рассмотрены статистические модели с высокими спинами, допускающие точное решение. Показано, что в фермионной реализации модель Уймина-Лая-Сазерленда спина 1 совпадает с суперсимметричной моделью  $t$ - $J$ .
14. Рассмотрены чередующиеся одномерные цепочки, найдено условие, при котором они соответствуют интегрируемым моделям. Доказана интегрируемость чередующейся цепочки XYZ Гейзенберга.

#### *Апробация работы.*

Основные результаты диссертационной работы доложены на семинарах в ЕрФИ; ЛТФ ОИЯИ; в Центре Теоретической Физики, Триест, Италия; в Дублинском Институте Перспективных Исследований; на отделении Теоретической Физики центра Атомных Исследований, Сакле, Франция; в университетах Лейпцига и Бонна, Германия, а также на международных конференциях и рабочих совещаниях "Landau-Volta network" Como, Italy 1998, "From Integrable models to QCD" Nor-Amberd, 2001.

#### *Публикации.*

По теме диссертации опубликованы 24 научные работы, список которых приводится в конце автореферата.

#### *Структура диссертации.*

Диссертация состоит из введения, пяти глав, заключения, пяти приложений и списка литературы из 235 наименований. Общий объем работы составляет 248 страниц печатного текста.

#### **Содержание работы**

*Во введении* (Глава 1) обоснована актуальность темы и сделан краткий обзор по проблемам, затронутым в диссертации.

Во второй главе рассматриваются аномальные теории гравитации и ее обобщений в двух измерениях, а также конформная аномалия в простой гравитации в четырех и шести измерениях.

В § 2.1 эффективное действие двумерной гравитации вычисляется в регуляризации, сохраняющей Вейлевскую и совместную с ней часть репараметризационной инвариантности (симметрию по отношению к диффеоморфизмам, сохраняющим площадь). Результат имеет вид суммы двух действий Полякова определенных для репараметризационных функций  $f^+$  и  $f^-$ .

В § 2.2 рассматриваются уравнения конформной аномалии, полученные при использовании различных регуляризационных схем, которые отличаются членами, соответствующими конечной перенормировке. В частности, эффективное действие двумерной гравитации, вычисленное в регуляризациях, сохраняющих общекоординатную симметрию и часть общекоординатной и Вейлевскую инвариантность отличается на локальные контрчлены:  $W[g] - W[g/\sqrt{g}] = \int \sqrt{g} (2 \log \sqrt{g} + \log \sqrt{g} \Delta \log \sqrt{g})$ .

В §§ 2.3-2.5 рассмотрены функциональная мера интегрирования  $D_g \varphi(x)$  и проанализированы ее коциклические свойства. Вейлевская и следовая аномалии рассмотрены в пространстве произвольной (четной) размерности. Проанализировано условие самосогласованности Весса-Зумино для конформной аномалии, которое в данном случае выражает условие симметричности второй производной эффективного действия по параметру группы Вейля  $\delta^2 W / \delta \sigma(x) \delta \sigma(y) = \delta^2 W / \delta \sigma(y) \delta \sigma(x)$ , и найдено его общее решение. Для конформной аномалии  $A(x) = \delta W / \delta \sigma(x)$  оно дается линейной комбинацией следующих членов: а) Эйлерова характеристика пространства, б) Вейль-инвариантные выражения, построенные из тензора кривизны, в) локальные контрчлены, которые являются вариационными производными локальных безразмерных выражений, составленных из тензора Римана:  $\delta / \delta \sigma(x) \int \sqrt{g} L(x) d^d x$ , которые тривиальны в том смысле, что их вариационная производная по  $\sigma(y)$  автоматически симметрична при замене  $x \leftrightarrow y$ .

В § 2.6 на примере пространства шести измерений построены все возможные коциклы и составлена их линейная комбинация, которая будучи прибавлена к основному значимому коциклу,

соответствующему Эйлеровой характеристике пространства, приводят его к квадратичному виду. Этот квадратичный коцикл и определяет конформно-инвариантный дифференциальный оператор, порядок которого равен размерности пространства, а обратный к нему оператор определяет нелокальность части эффективного действия, ответственной за конформную аномалию.

В § 2.7 из коциклов группы Вейля получены коциклы группы диффеоморфизмов путем замены параметра Вейля  $\sigma(x)$  на якобиан соответствующего общекоординатного преобразования.

В §§ 2.8-2.9 рассмотрено обобщение на случай двумерной супергравитации, в которой преобразование Вейля имеет вид:  $\psi \rightarrow e^{-\sigma/4} \psi$ ,  $e^a_\alpha \rightarrow e^{\sigma/2} e^a_\alpha$ ,  $\chi_\alpha \rightarrow e^{\sigma/2} \chi_\alpha + \gamma_\alpha \eta$ , где  $e^a_\alpha$  - поле репера метрики,  $\Psi$  - фермионное поле спина 1/2,  $\chi_\alpha$  - поле Рариты-Швингера спина 3/2, а поля  $\sigma$  и  $\eta$  - параметры супергруппы преобразований Вейля. Построен суперсимметричный аналог известного действия Лиувилля, которое имеет вид действия Невье-Шварца для фермионной струны плюс топологическая часть:  $\int d^2 x \epsilon^{\alpha\beta} [\omega_\alpha(e) + 1/2 \bar{\chi} \gamma_3 \gamma^\mu \chi_\mu] (\partial_\beta + \bar{\chi}^\nu \gamma_\beta \gamma_\nu \Psi)$ .

В § 2.10 дана краткая сводка известных результатов, относящихся к случаю калибровочных теорий.

В §§ 2.11-2.14 рассмотрены обобщения двумерной гравитации на случай наличия более высоких целочисленных спинов. Предложен способ получения эффективного действия при помощи интегрирования конформной аномалии. Этот способ проиллюстрирован на примере двумерной гравитации простой двумерной супергравитации и применен к  $w_3$ -гравитации.

В § 2.15 получено нелокальное действие индуцированной супергравитации. Ведущий порядок нелокальности -2 (как и в случае обычной гравитации) здесь модифицируется членами с нелокальностью -1.

В третьей главе рассмотрены интегрируемые структуры, возникающие в Реджевском пределе квантовой хромодинамики.

В § 3.1 сделан краткий обзор результатов, достигнутых в основном усилиями Л.Н. Липатова и соавторов. Эффективная теория, возникающая при суммировании диаграмм в главном логарифмическом приближении амплитуд рассеяния в КХД демонстрирует замечательный факт расщепления четырехмерного

пространства на продольную и поперечную плоскости. При этом поведение продольных частей амплитуд рассеяния тривиально и полностью определяется кинематикой процесса, тогда как вся динамическая информация содержится в поперечных частях, которые к тому же обладают конформной симметрией по отношению к двумерной координате поперечной плоскости. Более того, зависимость от этой координаты расщепляется на независимую голоморфную и анти-голоморфную части.

**В § 3.2** рассмотрен простейший, следующий по сложности за эластичным рассеянием трех-реджеонный обмен, соответствующий обмену, так называемому Оддерону, когда все три обмениваемые частицы - глюоны. Такому процессу соответствует сохраняющийся ток, представляющий собой оператор Казимира конформной группы - дифференциальный оператор второго порядка, квадратичный по голоморфным координатам  $x_1, x_2, x_3$ . Его наличие свидетельствует о конформной инвариантности. Однако имеется и другой сохраняющийся ток, соответствующий кубическому по координатам  $x_1, x_2, x_3$  дифференциальному оператору третьего порядка.

**В §§ 3.3-3.4** получены законы сохранения реджеонного взаимодействия, соответствующего случаю открытой цепочки и излагаются аргументы, сводящие адронные амплитуды рассеяния в Реджевском пределе к интегрируемой статфизической модели.

**В § 3.5** сделан обзор основных результатов теории интегрируемых цепочек сформулированы основные положения квантового метода обратной задачи рассеяния. Отдельно рассмотрены случаи замкнутых и открытых цепочек, соответствующих периодическим и отражательным граничным условиям.

**В § 3.6** рассмотрен случай замкнутых цепочек Гейзенберга, показано, что интегралы движения этих цепочек соответствуют сохраняющимся в процессе рассеяния токам при любом содержании участвующих в рассеянии частиц, не только для глюонов, но и при участвующих в обмене кварках. Гамильтонианы цепочек, соответствующие ядрам амплитуд рассеяния, известные из КХД коммутируют с найденными токами.

**В § 3.7** рассматривается случай открытых цепочек возникающий в случае рассмотрения амплитуд рассеяния при наличии

фермионных (кварковых) степеней свободы, который отсутствует в чистой глюодинамике, рассматривавшейся Л.Н. Липатовым.

**В четвертой главе** исследованы интегрируемые структуры, возникающие для адронных амплитуд рассеяния в пределе Бьеркеновского скейлинга. В этой эффективно-одномерной картине интегральное ядро амплитуды рассеяния  $2 \rightarrow 2$  имеет очень простой вид:  $R(u) = (x_1 - x_2)^{u+1-a-b} \cdot (x'_1 - x'_2)^{u-1+a+b} \cdot (x_1 - x'_2)^{-u-1-a+b} \cdot (x'_1 - x_2)^{-u-1+a-b}$ , где  $x_i$  - координаты налетающих, а  $x'_i$  - рассеиваемых частиц. Параметры  $a$  и  $b$  принимают значения 1 и  $3/2$  для глюонов и кварков соответственно. Универсальная  $R$ -матрица  $SL(2)$ -инвариантной цепочки Гейзенберга, сплетающая представления со спинами  $I_1 = -a$  и  $I_2 = -b$ , зависящая от спектрального параметра  $u$ , представленная в виде интегрального оператора имеет точно такой же вид, с точностью до постоянного множителя.

**В § 4.1** рассматривается спиновая цепочка Гейзенберга, инвариантная относительно группы  $SL(2|1)$ , соответствующая Бьеркеновскому пределу суперсимметричной КХД.

**В §§ 4.2 - 4.3** представлена суперсимметричная алгебра  $sl(2|1)$ , ее коммутационные соотношения, генераторы реализованы в виде матриц и дифференциальных операторов первого порядка. Представлена конечная форма суперконформных преобразований, удобная для построения представлений в пространстве полиномов, которые имеют единообразный вид для любых значений параметров, характеризующих представление.

**В § 4.4** при помощи реализации генераторов алгебры  $sl(2|1)$  в виде дифференциальных операторов, в качестве решений соответствующих дифференциальных уравнений, построены представления наименьшего веса этой алгебры, которые сплетает универсальная  $R$ -матрица.

**В § 4.5** построены тензорные произведения произвольных представлений наименьшего веса, которые имеют вид мономов  $z_{ij}^k = (x_i - x_j + 1/2 \bar{\theta}_i \theta_j + 1/2 \bar{\theta}_j \theta_i)^k$ ,  $(\bar{\theta}_i - \bar{\theta}_j) z_{ij}^k$ ,  $(\theta_i - \theta_j) z_{ij}^k$  и  $\bar{\theta}_i \theta_j z_{ij}^k$ , где  $x_i$  - обычные бозонные координаты, а  $\bar{\theta}_i$  и  $\theta_j$  - их грассмановы суперпартнеры.

**В §§ 4.6-4.9** соотношение Янга-Бакстера для одного фундаментального и двух произвольных представлений интерпретировано в качестве определяющего соотношения для нахождения универсального  $R$ -оператора, сплетающего произвольные

представления. Вначале рассматривается фундаментальное решение уравнения Янга-Бакстера, затем исследуется решение, соответствующее следующему по сложности случаю, когда одно и представлений фундаментально, а другое - произвольно.

**В § 4.9** найдено и исследуется общее решение уравнения Янга-Бакстера, в виде псевдо-дифференциального оператора, получены его собственные значения, которые как и в чисто бозонном случае имеют вид отношения Гамма-функций, зависящих от спектрального параметра, спинов и весов представлений и найдены собственные векторы.

**В § 4.10** рассматривается случай однородной замкнутой цепочки с периодическими граничными условиями, в каждом узле которой помещаются тождественные представления.

**В § 4.11** построены локальные (описывающие взаимодействие соседних узлов) гамильтонианы, соответствующие случаю однородной цепочки. Такие цепочки представляют интерес в основном в статистической физике, где исследуется поведение систем состоящих из большого числа точек.

**В § 4.12** рассмотрен случай неоднородной цепочки, замкнутой с периодическими граничными условиями, а также цепочки со свободными концами, соответствующей открытым граничным условиям, удовлетворяющим граничному условию отражения.

**В § 4.13** построены гамильтонианы, соответствующие неодородным цепочкам, которые представляют интерес в задачах многих тел, если их число невелико. Например, в рассматриваемом случае, где они представляют собой ядра амплитуд рассеяния адронов в суперсимметричной квантовой хромодинамики в Бьеркеновском пределе.

**В пятой главе** рассмотрены интегрируемые отклонения от  $sl(2)$ -симметричной картины, возникающей в пределе Бьеркеновского скейлинга для однопетлевых адронных амплитуд рассеяния. Исследование моделей, нарушающих исходное приближение, но остающихся при этом интегрируемыми, актуально для понимания глубины связи КХД с точнорешаемыми моделями и ставит целью описание процессов глубоконеупругого рассеяния адронов в рамках интегрируемой картины вне Бьеркеновского скейлинга.

**В § 5.1** дан обзор  $sl(2)$ -симметричной картины, в которой двухчастичная амплитуда рассеяния адронов в пределе Бьеркеновского скейлинга, представленная в виде интегрального оператора от координат  $x$ , характеризующих импульсы налетающих и рассеиваемых частиц совпадает с ядром универсальной  $R$ -матрицы представленной в виде интегрального оператора, сплетающей представления, характеризуемые нефизическими значениями "спина"  $-1$  для кварковых и  $-3/2$  для глюонных линий.

**В § 5.2** рассматривается квантовая алгебра, возникающая при интегрируемой деформации изотропной модели Гейзенберга и построены ее представления в пространстве полиномов от переменных  $x$ .

**В § 5.3** соотношение Янга-Бакстера для квантовой алгебры используется для определения универсальной  $R$ -матрицы. Найдены ее собственные значения  $R_n(u) = (-1)^n R_0(u) \prod_{k=1}^n \frac{(u+k-1-a-b)}{(u+k-1-a-b)}$ , где  $a=-1$ ,  $b=-1/2$ , а квадратные скобки используются для обозначения квантовых чисел  $([x]_q = (q^x - q^{-x}) / (q - q^{-1}))$ , где  $x$  - обычное число). Таким образом, собственные числа  $R$ -матрицы в  $q$ -деформированном случае отличаются от недеформированных заметно обычных чисел на квантовые. А также построены собственные вектора универсальной  $R$ -матрицы, выраженной в виде псевдодифференциального оператора действующего в пространстве полиномов двух переменных:  $R(u)\varphi_n(x_1, x_2|q, u) = R_n(u) \bar{\varphi}(x_1, x_2|q, u)$ , где собственная функция  $\bar{\varphi}$  отличается от  $\varphi$  заменой  $q \leftrightarrow q^{-1}$  и  $\varphi_n(x_1, x_2|q, u) = \prod_{k=1}^n (q^{u+1+a-k} x_1 - q^{k-1-b} x_2)$ .

**В § 5.4** универсальная  $R$ -матрица представлена в виде интегрального оператора, соотношения Янга-Бакстера приводят к системе разностных уравнений на его интегральное ядро. Эта система решена и найдено замкнутое выражение для ядра.

**В § 5.5** на основе физических симметричных соображений определены контуры интегрирования в комплексной плоскости переменных  $x$ , которые оказываются квантовой деформацией контура интегрирования Бета-функции Эйлера - "двойной восьмерки", обходящей две выделенные на плоскости точки.

**В § 5.6** исследуется случай исключительных значений параметра деформации  $q = \exp(2\pi i k/N)$ , определяемых комплексными корнями

целой степени из единицы, при которых появляется новый тип представлений (циклические) не имеющих классического (недеформированного) аналога. Появление новых представлений обусловлено расширением центра алгебры  $sl_q(2)$ , помимо обычного оператора Казимира  $C=S^+S^-+[S^2-1][S^2]$ , появляются два других:  $(S^+)^N$ . Собственные числа этих двух новых операторов Казимира и характеризуют циклические представления.

**В § 5.7** циклические представления реализованы в пространстве функций в виде набора  $\tau$ -функций с характеристиками  $\{\theta_k(x|\tau)\}$ . Построено их тензорное произведение, элементы которого являются собственными векторами  $\varphi_m = \sum_{k=0}^{N-1} a_k \theta_{m-k,k}$ , (где  $a_k$  — постоянные, зависящие от параметров, характеризующих представление) универсального  $R$ -оператора  $R(u)\varphi_m = R_m \varphi_m$  и вычислены его собственные значения  $R_m$ .

**В § 5.8** исследуется интегрируемая деформация рассматриваемой модели при помощи размерного параметра, которая несравненно интереснее с физической точки зрения, так как описывает нарушение масштабной, но не трансляционной симметрии, как в случае с обычной "стандартной"  $q$ -деформации. Таким образом, такая деформация может описывать наблюдаемое на опыте нарушение Бьеркеновского скейлинга, а ее размерный параметр  $\xi$  может быть связан с феноменологическим масштабом адронной физики  $\Lambda_{QCD}$ .

**В § 5.9** для деформированной алгебры  $sl_\xi(2)$ :  $[S^+, S^-] = 2S^z$ ,  $[S^z, S^-] = -1/\xi \cdot sh(\xi S^-)$ ,  $[S^z, S^+] = 1/2 ch(\xi S^-) S^+ + 1/2 S^+ ch(\xi S^-)$ , реализовано представление генераторов  $S^a$  в качестве конечно-разностных операторов пространстве полиномов  $S^2 = x/\xi sh(\xi \partial) - 1 + 1/2(ch(\xi \partial) - 1)$ ,  $S^- = \partial$ ,  $S^+ = -x^2/\xi sh(\xi \partial) + 2lx - x(ch(\xi \partial) - 1)$ , а также построена производящая функция, порождающая соответствующие полиномы  $\varphi_n(x)$ .

**В § 5.10** анализируются ограничения, налагаемые на универсальную  $R$ -матрицу условиями квантовой симметрии и строится квантовый оператор Лакса  $L(u) = L + uI$ , соответствующий этому случаю, который также как и в недеформированном случае имеет простую рациональную зависимость от спектрального параметра. Однако, в отличие от случая обычной деформации,  $R$ -оператор не симметричен при перестановке сплетаемых пространств в

тензорном произведении и при замене знака параметра  $\xi$ , имеет место лишь соотношение:  $R_{12}(u, \xi) = R_{21}(u, -\xi)$ .

**В § 5.11** тензорное произведение двух произвольных представлений реализовано в виде полиномов от двух переменных, найдены собственные значения и собственные вектора универсального  $R$ -оператора. Показано, что при использовании указанной нестандартной схемы квантования деформируется само пространство представления, т.е. собственные вектора  $R$ -оператора, но не его собственные значения, которые остаются такими же как и в недеформированном случае.

**В шестой главе** исследуются некоторые обобщения известных точнорешаемых моделей статистической физики.

**В § 6.1** известный квантовый метод обратной задачи рассеяния переформулирован для градуированного случая в терминах операторов рождения и уничтожения элементарных фермионов. Такая интерпретация позволяет дать более прозрачную трактовку членов взаимодействия гамильтониана

**В § 6.2** уравнение Янга-Бакстера записано в градуированном виде, учитывающем нетривиальную градуировку пространства представления. Тензорное произведение представлений, имеющих нетривиальную градуировку, содержит дополнительные знаковые множители, которые должны быть учтены при записи соотношений Янга-Бакстера.

**В § 6.3** модель, независимо друг от друга предложенная Уйминым, Лаем и Сазерлендом, сформулирована в терминах операторов рождения и уничтожения элементарных фермионов, для чего пространство состояний исходной модели реализовано в качестве подпространства Фока элементарных фермионов. "Лишние" состояния пространства Фока исключаются при помощи включения соответствующих проекционных операторов. Модель Уймина-Лая-Сазерленда — простейшая из интегрируемых теорий, включающих высшие спины и соответствует выбору  $R$ -матрицы для однородной решетки:  $R_{ij} = u \cdot I_{ij} + P_{ij}$ , где  $I$  — тождественный оператор, а  $P$  — оператор, переставляющий пространство, которые сплетает  $R$ -матрица. В новой формулировке она в частности, оказывается инвариантной по отношению к

глобальной суперсимметрии:  $[H, Q_i^a] = 0$ ,  $H = \sum Q_i^a$ , где  $Q_i^a$  — градуированная матрица.

**В § 6.4** построены представления группы  $SU(2)$ , соответствующие спину  $S$  в фермионном пространстве Фока. Все соотношения в данном формализме умножаются на проекционные операторы, которые на “физических” состояниях равны единице, а на “нефизических”, лишние состояния пространства Фока равны нулю. Это представление обладает симметрией по отношению к преобразованию фермион-дырка:  $c_n \leftrightarrow (-1)^n c_n^+$ .

**В § 6.5** для фермионной реализации представлений  $SU(2)$  построены  $R$ -матрица и гамильтониан модели Уймина-Лая-Сазерленда для произвольных значений спина  $S$ , который при  $S=1$ , оказывается идентичным гамильтониану суперсим-метричной модели  $t$ - $J$ . Поэтому полученная модель может служить обобщением суперсимметричной модели  $t$ - $J$  на случай высших спинов.

**В § 6.6** дается краткий обзор  $XYZ$  модели Гейзенберга, а также обоснование интереса к интегрируемым цепочкам с чередующимся расположением атомов двух типов.

**В § 6.7** представлено определение интегрируемой цепочки с чередующимся расположением  $R$ -матриц и получено условие их интегрируемости, которое состоит из системы двух уравнений Янга-Бакстера. Матрица переноса такой цепочки дается произведением двух матриц переноса, соответствующих упорядоченным произведениям вдоль четной и нечетной строк  $\tau(u) = \tau_0(u)\tau_1(u)$ . Тогда из упомянутых уравнений Янга-Бакстера следует коммутативность этих матриц переноса для произвольных значений спектрального параметра:  $[\tau(u), \tau(v)] = 0$ .

**В § 6.8** найдено решение системы чередующихся уравнений Янга-Бакстера для  $XYZ$  спиновой цепочки Гейзенберга. Оказывается, что все четыре вида “материальных”  $R$ -матриц и двух “сплетающих” отличаются друг от друга и от матриц обычной  $R$ -матрицы  $XYZ$  модели Гейзенберга только знаками некоторых матричных элементов, а их ненулевые матричные элементы даются некоторыми комбинациями эллиптических функций Якоби.

**В § 6.9** вычислены матрица переноса и гамильтониан этой модели. Гамильтониан модели описывает взаимодействие не только

с ближайшим соседом (слева и справа), но и со следующим за ним, что придает решетке “непланарные” свойства. Гамильтониан имеет довольно сложный вид и описывает богатую динамику взаимодействия, соответствующего в непрерывном пределе киральной модели токов.

**В седьмой главе** (приложение) представлены некоторые вычисления и проанализированы важные частные случаи.

**В § 7.1** представлено решение задачи на собственные значения для универсальной  $sl(2|1)$ -симметричной  $R$ -матрицы, представленной в виде псевдо-дифференциального оператора.

**В § 7.2** проанализированы все упрощения, возникающие в случае, если хотя бы одно из представлений, сплетаемых этой  $R$ -матрицей является фундаментальным (киральным или антикиральным).

**В § 7.3** обсуждаются найденные конечномерные представления и из полученного общего выражения, выводятся результаты, полученные ранее другими авторами.

**В § 7.4** продемонстрировано, как общие формулы полученные для собственных значений и собственных векторов универсального  $R$ -оператора можно применить для отыскания матричного выражения для самого  $R$ -оператора, в случае, если оба представления конечномерны, т.е. спины обоих даются положительным целым или полуцелым числом. Приведенные примеры относятся к простейшим известным случаям, однако без труда могут быть продолжены и на более высокие значения спинов.

**В § 7.5** приведены матричные представления алгебры  $sl_2(2)$  и векторы состояния для значений спина 1, 3/2 и 2. Для этих же значений спина найдены операторы твиста  $F_{12}$  и  $F_{21}$ , которые собственно и выполняют деформацию, переводя недеформированный оператор Лакса в деформированный:  $L(u) = F_{21} L^{(0)}(u) (F_{12})^{-1}$ . Абстрактное выражение для операторов твиста, известное из литературы, использует другую параметризацию и не может быть непосредственно использовано для нахождения матричных представлений этих операторов. Также представлено приближенное функциональное представление для операторов твиста, в случае, если одно представление

фундаментально, а другое — произвольно. Наконец, приведено выражение для деформированной R-матрицы, сплетающей два представления спина 1 в виде матрицы  $9 \times 9$ .

*В заключении представлены* основные результаты, полученные в диссертации.

### Литература

- [1] K. Wilson, *Phys. Rev.* **D10** (1974) 2445; К. Дж. Вильсон "Параллельные вычисления" М. Наука 1986.
- [2] N. Metropolis, S. Ulam "The Monte Carlo method," *J. Amer. Stat. Assoc.* **44** (1949) 335-341; N. Metropolis et al, *J. Chem. Phys.* **21** (1953) 1087.
- [3] Р. Бэкстер, "Точно решаемые модели в статистической механике", Москва "Мир" 1985.
- [4] E. Witten, N. Seiberg "Monopoles, Duality and Chiral symmetry breaking in  $N=2$  supersymmetric QCD", *Nucl. Phys.* **B431** (1994) 484-550.
- [5] T. Eguchi, P. B. Gilkey and A. J. Hanson "Gravitation. gauge theories and differential geometry," *Phys. Rep.* **66** (1980) 213-482.
- [6] L. D. Faddeev, "Integrable models in (1+1)-dimensional quantum field theory" *Proceed. Les Houches XXXIX*, (eds. J.-B. Zuber and R. Stora), North-Holland Publ., 1984, 561-608.
- [7] E. K. Sklyanin, "Introduction to Quantum Group and Integrable Massive Models of Quantum Field Theory," *J. Phys. A* **21** (1988) 2375-2401; E. K. Sklyanin "Quantum Inverse Scattering Method: Selected Topics," (Nankai Lectures in Mathematical Physics), ed. Mo-Lin Ge, Singapore: World Scientific, 1992, pp. 63-97.
- [8] F. Bastianelli, S. Frolov, A. A. Tseytlin "Conformal anomaly of (2,0) tensor multiplet in six dimensions and ADS/CFT correspondence," *JHEP* **0002** (2000) 013-024.
- [9] L. N. Lipatov "High energy asymptotics of multicolor QCD and two-dimensional conformal field theory," *Phys. Lett.* **251 B** (1990) 284-287; A. Kuraev, L.N. Lipatov and V. S. Fadin "Multi-Regge processes in Yang-Mills theory," *JETP* **71** (1976) 840-855.

- [10] R. Kirschner, L. N. Lipatov and L. Szymanowski, "t-channel approach to reggeon interaction in QCD" *Phys. Rev. D* **51** (1995) 838-841.
- [11] D. Arnaudon, R. Pghossyan, A. Sedrakyan, P. Sorba, "Integrable chain with additional staggered parameter," *Nucl. Phys. B* **588** (2000) 638-655.
- [12] F. Gohmann, Sh. Murakami, "Fermionic representations of integrable lattice systems," *J. Phys. A Math. Gen.* **31** (1998) 7729-7749.

### Список опубликованных работ по теме диссертации

1. D.R. Karakhanyan and A.G. Sedrakyan "Geometric and current algebra structure of induced 2d gravity," *Phys. Lett.* **B236** (1990) 140-145
2. D.R. Karakhanyan and A.G. Sedrakyan "Renormalization of the  $SL(2,R)$  coupling constant in 2d gravity," *Phys. Lett.* **B260** (1991) 53-56
3. D.R. Karakhanyan, "Holomorphic factorization of the action of induced two-dimensional gravity," *Sov. J. Nucl. Phys.* Vol. 56, (1993) 1294-1297.
4. D.R. Karakhanyan, R.L. Mkrtchyan, R.P. Manvelyan, "Area-preserving structure of 2d-gravity," *Phys. Lett.* **B329** (1994) 185-189.
5. D.R. Karakhanyan, R.L. Mkrtchyan, R.P. Manvelyan, T.S. Arakelyan, "Trace anomalies and cocycles of the Weyl group," *Phys. Lett.* **B353** (1995) 52-57.
6. D. R. Karakhanyan, "The covariant action for  $W_3$ -gravity," preprint Yerphi-1478-15-96, hep-th/9610034
7. D.R. Karakhanyan, R.L. Mkrtchyan, R.P. Manvelyan, "Trace anomalies and cocycles of Weyl and Diffeomorphisms group," *Mod. Phys. Lett.* **A11** (1996) 409-423.
8. D.R. Karakhanyan, "Area-preserving structure of 2d-supergravity," *Phys. Lett.* **B365** (1996) 56-59.
9. D.R. Karakhanyan, "The non-local action for the induced 2-D supergravity," preprint Yerphi-1487-4-97, hep-th/9706136.
10. D. R. Karakhanyan, "The effective action of  $W_3$ -gravity," *JETP* **84** (1997) 843-851.
11. D.R. Karakhanyan, R. Kirschner, "High-energy scattering in gauge theories and integrable spin chains," *Fortschrift fur Physik* . **48** (2000) 139-144.

12. D.R. Karakhanyan, R. Kirschner, S. Derkachov, "Heisenberg spin chains based on  $sl(2|1)$  symmetry," *Nucl. Phys.* **B583**, (2000) 691-721.
13. D.R. Karakhanyan, "Weyl anomaly in two-dimensional supergravity," *JETP Letters* **73** (2001) 157-162.
14. J. Ambjorn, D.R. Karakhanyan, M. Mirumyan, A.G.Sedrakian, "Fermionization of the Spin-S Uimin-Lai-Sutherland Model: Generalization of Supersymmetric t-J Model to Spin-S," *Nucl. Phys.* **B599**, (2001) 547-561.
15. D.R.Karakhanyan, R. Kirschner, "Conservation laws of reggeon interaction," Proceedings of INTAS-RFBR Landau-Volta School.
16. D.R.Karakhanyan, R. Kirschner, S.Derkachov, "Universal R-matrix as integral operator," *Nucl. Phys.* **B618** (2001) 589-606.
17. D.Arnaudon, D. Karakhanyan, M.Mirumyan, A.Sedrakyan, P.Sorba, "Integrable XYZ model with staggered anisotropy parameter," *Jornal of Physics* **A35** (2002) 2353-2361. D. R.
18. Karakhanyan, R. Kirschner, M.Mirumyan, "Universal R-operator with deformed conformal symmetry," *Nucl. Phys.* **B636** (2002) 529-549.
19. D. R. Karakhanyan, R. Kirschner, "High-energy limit of QCD and integrable models," From Integrable models to Gauge Theories, A volume in honor of Sergei Matinyan, World Scientific, 2002
20. D. R. Karakhanyan, R. Kirschner, "Conserved currents of the three reggeon interaction," *Phys. Atom. Nucl.* **65** (2002) 1501-1513.
21. D. R. Karakhanyan, R. Kirschner, "Universal R-matrix for Jordanian deformation of  $sl(2)$ ," *Nucl. Phys. B* (in press).
22. D. R. Karakhanyan, "Representations of the quantum group  $SL_q(2)$  in a space of functions," *Theor. Math. Phys.* **134** (2003) 326-333.
23. D. R. Karakhanyan, "Realization of the universal  $sl_q(2)$ -symmetric R-operator in a function space for general and exceptional values of the deformation parameter," *Theor. Math. Phys.* **135** (2003) 614-637.
24. D. R. Karakhanyan, "On construction of representations of non-standard deformation of algebra  $sl(2)$ ," *Theor. Math. Phys.* **136** (in press).

### Ամփոփագիր

Ատենախոսությունը նվիրված է քվանտային քրոմոդինամիկայում և քվանտային գրավիտացիայում որոշ ինտեգրվող կառույցների և ճշգրիտ արդյունքների ուսումնասիրմանը:

Աշխատանքում ստացված հիմնական արդյունքները հետևյալն են.

1. Ապացուցված է, որ երկչափ քվանտային գրավիտացիան երկչափ կոնֆորմ տեսությունն չի հանդիսանում քանգի այն հնարավոր չէ հանգեցնել հոլոմորֆ (կախված միայն  $z$  կոորդինատից) և անտի-հոլոմորֆ (կախված միայն  $\bar{z}$ ) մասերի արտադրյալի:

2. Վեյլի և մակերեսը պահպանող դիֆեոմորֆիզմների նկատմամբ համաչափությունը պահպանող ռեգուլարիզացիայի օգտագործմամբ հաշվված է երկչափ գրավիտացիայի էֆեկտիվ գործողությունը:

3. Երկչափ գրավիտացիայի օրինակով ցույց է տրված, որ տարբեր ռեգուլարիզացիաներ օգտագործելու դեպքում էֆեկտիվ գործողությունները միմյանցից տարբերվում են բացառապես լոկալ անդամներով:

4. Երկչափում կոնֆորմ անոմալիայի հավասարումներն ինտեգրելով կարելի է վերարտադրել մի անոմալ փուլ, որը տրվում է Լիուվիլի գործողությամբ: Վերջինս քառակուսային է խմբային պարամետրի նկատմամբ, ուստի ըստ այդ փոփոխականի ինտեգրելով կարելի է վերարտադրել երկչափ գրավիտացիայի Պոլյակովյան ոչ լոկալ գործողությունը: Այդ նույն մեթոդով ստացված է երկչափ սուպերգրավիտացիայի ոչ լոկալ գործողությունը:

5. Բարձր չափողականությունների դեպքում համապատասխան անոմալ փուլը ընդհանուր դեպքում նկարագրվում է մի գործողությամբ, որը խմբային փոփոխականի նկատմամբ ունի  $d$ -րդ կարգի բազմանդամի տեսք: Ցույց է տրված, որ լոկալ անդամներ ավելացնելով էֆեկտիվ գործողությունը կարելի է բերել խմբային փոփոխականի նկատմամբ քառակուսային տեսքի: Հաշվելով ստացված Գաուսյան ինտեգրալը կարելի է վերարտադրել էֆեկտիվ գործողության անոմալ վարքի համար պատասխանատու մասը:

6. Յույց է տրված, որ  $W$ -գրավիտացիայի էֆեկտիվ գործողությունը նույնպես կարելի է հաշվել անոմալ հավասարումների ինտեգրման միջոցով: Յույց է տրված նաև, որ օժանդակ դաշտեր ներմուծելու շնորհիվ վերջինս կարելի է բերել կովարիանտ տեսքի:

7.  $SL(2|1)$  սուպերխմբի նկատմամբ համաչափություն ունեցող Հայգենբերգի սպինային շղթայի համար կառուցված են ունիվերսալ  $R$ -մատրիցի և Համիլտոնիանի սեփական վիճակներն ու հաշվված են նրանց համապատասխանող սեփական արժեքները:

8.  $sl(2|1)$  համաչափություն ունեցող ունիվերսալ  $R$ -մատրիցը ներկայացված է ինտեգրալ օպերատորի տեսքով, հաշվված է նրա միջուկը ու բացահայտված են ինտեգրման ուղիները: Յույց է տրված որ այն համընկնում է Բյորքենի սահմանում 1-օղակային մոտավորությամբ հաշվված սուպերսիմետրիկ քվանտային քրոմոդինամիկայի երկմասնիկանի ցրման ամպլիտուդի միջուկի հետ:

9.  $sl_2(2)$  հանրահաշվի կամայական ներկայացումները միախուսող  $R$ -մատրիցը ներկայացված է ինտեգրալ օպերատորի տեսքով և հաշվված են նրա սեփական վիճակներն ու սեփական արժեքները:

10.  $q$ -դեֆորմացիայի պարամետրի բացառիկ արժեքների համար (միավորից վերցված արմատներին հավասար) նոր տիպի ցիկլիկ ներկայացումներ են առաջանում: Նրանք ներկայացված են թետա-ֆունկցիաների միջոցով և վերջիններիս օգնությամբ կառուցված են ունիվերսալ  $R$ -մատրիցի սեփական վիճակներն ու համապատասխան սեփական արժեքները:

11. Ոչ ստանդարտ չափողականություն ունեցող պարամետրի միջոցով դեֆորմացվել է  $sl(2)$  հանրահաշվը: Համապատասխան ունիվերսալ  $R$ -մատրիցի ներկայացումներն իրականացված են բազմանդամների տեսքով ինչպես նաև կառուցված են  $R$ -մատրիցի սեփական վիճակները և հաշվված են սեփական արժեքները:

12. Քվարկների առկայությամբ հաղորդների եռա-ռեջջեռն փոխազդեցության դեպքում գտնված է պահպանվող հոսանքների լրիվ համակարգը:

13. Ցրման հակադարձ խնդրի մեթոդի աստիճանավորումային ընդհանրացման շրջանակներում դիտարկված են բարձր սպիններ նկարագրող և ճշգրիտ լուծում թույլատրող մոդելները: Յույց է տրված, որ Ույմին-Լայ-Սազերլենդի մոդելի ֆերմիոնային ներկայացումը համընկնում է սուպերսիմետրիկ  $t$ - $J$  մոդելի հետ:

14. Դիտարկված են ինեգրվող մոդելներին համապատասխանող միաչափ փոխհաջորդող շղթաներ: Ապացուցված է Հայգենբերգի փոխհաջորդող  $XYZ$  շղթայի ինտեգրելիությունը: